LA COGNIZIONE DELLO SPAZIO

Renato Nobili

Dipartimento di Fisica dell'Università di Padova,
via Marzolo 8 - 35131- Padova.

Introduzione

L'uso analogico e metaforico della nozione di spazio, inteso nel senso ordinario del termine, vale a dire come spazio dell'ambiente fisico in cui ci si muove, ha probabilmente avuto un ruolo importante nell'ampliare il senso di questo termine, ma è stato certamente il pensiero matematico ad istituirne la massima estensione di significato introducendo nozioni ben definite e dotate di senso proprio.

In questo articolo presenterò una breve rassegna delle innovazioni e delle svolte concettuali che hanno storicamente determinato in ambito matematico i mutamenti più significativi della nozione di spazio. In particolare, cercherò di rispondere alle seguenti domande: cosa sia lo spazio nella sua più ampia accezione; quali siano i fondamenti epistemici della sua cognizione; quale rapporto abbia questa generalissima nozione col mondo delle cose sensibili; cosa essa implichi e significhi per l'esperienza soggettiva e la rappresentazione scientifica del mondo fisico.

Alcuni paragrafi contengono argomenti che richiedono una certa dimestichezza con la matematica. La lettura di questi argomenti non è essenziale per la comprensione delle parti che rivestono principalmente un valore epistemologico e filosofico.

Indice dei paragrafi

1. Geometria come scienza delle figure e nascita della geometria analitica.
2. La nascita delle geometrie non euclideo.
3. Il programma di Erlangen. Lo spazio nella matematica del '900.
4. La decentrazione proiettiva della soggettività.
5. I soggetti ideali della fisica teorica.
6. Le basi operazionali della fisica classica.
7. Le basi operazionali della meccanica quantistica.
8. Il carattere infinitamente plurimo del soggetto ideale della conoscenza.
9. Oggettività e soggettività come determinazioni complementari dell'esistenza naturale.

1. Geometria come scienza delle figure e la nascita della geometria analitica

E' noto che gli antichi non ebbero una nozione di spazio simile a quella moderna. Lo spazio, semplicemente inteso come "luogo" delle cose, non poteva essere concepito senza le cose stesse. In un'epoca in cui nel pensiero geometrico mancava un'idea, anche solo approssimativa, di *sistema di riferimento* non potevano formarsi le nozioni di *struttura topologica, dimensionale, proiettiva e metrica* che stanno alla base della concezione matematica odierna.

L'invenzione cartesiana del sistema di riferimento può considerarsi, a buon diritto, come la pietra miliare che segnò la svolta tra il pensiero matematico antico e quello moderno. Il ponte gettato da Cartesio tra il mondo delle figure geometriche e quello delle variabili algebriche, con l'istituzione della geometria analitica (1637), determinò un nuovo fecondo sistema di rapporti nell'universo della matematica. La grande portata dell'idea cartesiana fu dovuta principalmente al fatto che, attraverso quel ponte, le relazioni di significazione del linguaggio matematico poterono correre in entrambi i versi: dal territorio delle figure geometriche a quello delle equazioni algebriche e viceversa, determinando in tal modo uno scambio di ruolo tra *significati* e *significanti*. Così, per un verso, le variabili algebriche e le loro funzioni, come pure le equazioni e le loro soluzioni, rivestite dei significati geometrici cartesiani, fecero apparire nell'iperuranio dell'intuizione geometrica figure e relazioni tra enti geometrici mai immaginate prima; per l'altro, le linee, le superfici, le figure d'ogni genere, e l'infinita varietà delle relazioni e trasformazioni che la libera fantasia geometrica era capace di creare, fornirono all'analisi algebrica problemi di tipo nuovo, rendendo necessaria la definizione di nuovi e più complessi simbolismi algebrici e stimolando la ricerca di nuovi algoritmi atti a rappresentarli.

L'invenzione del sistema di riferimento fu anche la prima tappa verso la concezione dello spazio come struttura matematica autonoma e indipendente dagli enti che vi si possono collocare. Tuttavia, forse per l'unicità dell'esempio fornito dalla geometria euclidea o per una naturale propensione degli studiosi a ridurre il dualismo geometrico-algebrico all'uno o all'altro dei suoi termini, quella più profonda implicazione della scoperta cartesiana tardò ad essere compresa e autori diversi intesero la questione dello spazio in modi diversi. Newton concepì lo spazio come entità oggettiva assoluta, Leibniz come il sistema delle possibili relazioni tra le cose. Per quanto diverse, entrambe queste concezioni rivestivano un comune carattere metafisico e tendenzialmente teologico. Kant, cercando di rifondare i presupposti della conoscenza scientifica su basi non teologiche, interpretò lo spazio cartesiano come struttura innata della sensibilità individuale. Il progresso scientifico ottocentesco e novecentesco tornò a rivoluzionare a più riprese l'intera questione.

2. La nascita delle geometrie non euclidee

Rammentando per un momento l'esperienza di apprendimento scolastico della geometria euclidea, e limitandoci per ora a ragionare sulla base delle sole nozioni impartite da questa disciplina, ci accorgiamo che i caratteri strutturali dello spazio euclideo possono essere intesi solo come proprietà generali delle figure geometriche. Senza l'acquisizione dei metodi algebrici è impossibile varcare i limiti della concezione antica. D'altronde il formalismo algebrico, sviluppatosi attraverso una sequenza d'importanti risultati e conquiste concettuali durante l'arco di mezzo millennio, giunse a maturazione solo pochi decenni prima della speculazione cartesiana, precisamente con l'invenzione del calcolo letterale ad opera di François Viète (1591). Si comprende pertanto perché prima che il modo di pensare degli antichi venisse profondamente riformato dovettero passare circa duemila anni.

Il fatto che lo spazio non sia semplicemente un ricettacolo inerte e neutrale, ma possieda una struttura ben definita e indipendente dagli oggetti geometrici in esso posti, poté essere pienamente compreso e apprezzato solo dopo la nascita delle geometrie non euclidee. Nicolaj Ivanovič Lobačevskij (1829) e Janos Bolyai (1832) scoprirono la geometria iperbolica, o a curvatura negativa uniforme, nella quale, al posto del V postulato di Euclide, si enuncia che, dati una retta e un punto esterno a essa, esistono infinite parallele passanti per tale punto. Bernhard Riemann (1854) scoprì la geometria a curvatura positiva uniforme, o sferica, nella quale invece non esiste alcuna parallela passante per il punto esterno; anzi generalizzò il concetto di spazio non euclideo inventando gli spazi a curvatura variabile da punto a punto, anticipando in tal modo di un cinquantennio la teoria einsteiniana della gravitazione. Hermann Grassmann (1844), introducendo il concetto di estensione multidimensionale, mostrò come la nozione di spazio potesse generalizzarsi oltre le tre dimensioni.

Un altro progresso fu compiuto da David Hilbert (1898) con l'istituzione del punto di vista assiomatico astratto. Liberando gli assiomi che stanno a fondamento delle discipline matematiche dall'obbligo di corrispondere ai loro significati intuitivi originari e naturali, anzi svelando come uno stesso sistema logico-assiomatico ammetta più interpretazioni, egli indusse nel pensiero matematico un mutamento paragonabile soltanto alla svolta cartesiana. Il suo ardito punto di vista, lungi dall'indebolire la formazione dei significati matematici, favorì al contrario un più ricco e complesso rapporto tra le proposizioni logiche e i significati delle strutture formali e sancì una volta per sempre il diritto dei matematici a inventare liberamente nuovi sistemi assiomatici e nuove interpretazioni. Lo stesso Hilbert, per illustrare la portata di tale concezione, soppresse dal sistema assiomatico della geometria euclidea la condizione della finitezza dimensionale e fondò la teoria degli spazi aventi un'infinità numerabile di dimensioni. Più tardi John von Neumann, mirando a riorganizzare le basi matematiche della fisica quantistica, giunse a oltrepassare anche quel livello di astrazione sviluppando la teoria degli spazi aventi una infinità di dimensioni di potenza pari al continuo (1936).

Parallelamente a questo corso di eventi altri progressi furono compiuti nella geometria sulla scorta di quel potente criterio di astrazione che possiamo chiamare *principio di equivalenza delle strutture isomorfe*, lucidamente enunciato da Lazare Carnot nel 1801 nel suo trattato sulla correlazione delle figure geometriche. Tutti gli enti che conservano le stesse proprietà sotto l'azione di un insieme di trasformazioni invertibili formano una *classe di equivalenza*; essi possono dirsi *isomorfi* e trattati come aspetti diversi di un medesimo ente. Questo fatto apparentemente banale è in realtà ricco di straordinarie implicazioni. Ad esempio, un teorema di validità generale, che, grazie a fortunate proprietà di simmetria, sia facilmente dimostrabile in un caso particolare, è generalmente difficile da dimostrare se le proprietà di simmetria vengano a mancare. Tuttavia, se esiste una trasformazione geometrica invertibile che, applicata all'oggetto simmetrico del caso particolare, produce quello non simmetrico del caso generale, lasciando tuttavia invariate le proprietà che sono essenziali per la dimostrazione del teorema, allora la dimostrazione del caso particolare vale automaticamente anche per il caso generale.

La classificazione delle strutture matematiche sulla base di proprietà invarianti sotto trasformazioni divenne subito uno dei più potenti criteri di astrazione del pensiero matematico. Ad esempio, l'idea di considerare *proiettivamente uguali* due figure che si possano ottenere l'una dall'altra per trasformazione prospettica (cioè per proiezione della figura su un piano mediante rette condotte per un punto esterno) e più generalmente per una successione di queste trasformazioni, determinò lo sviluppo della geometria proiettiva. Fu questo il germe di un'idea che avrebbe dominato tutta la produzione scientifica franco-tedesca del XIX secolo. La geometria proiettiva complessa, fondata da Jean-Victor Poncelet (1822) e sviluppata ulteriormente da Julius Plücker (1829) e Michel Chasles (1837), portò ben presto alla distinzione concettuale tra le proprietà metriche e quelle proiettive. Con l'affermarsi del concetto di spazio come entità autonoma dalle figure divenne naturale applicare tale distinzione anche a spazi euclidei e non{euclidei d'ogni dimensione.

3. Il programma di Erlangen

Con la scoperta bolyai-lobačevskijana la geometria mutò dunque carattere. La disciplina che studiava le proprietà di figure poste nello spazio, e intendeva lo spazio come ricettacolo di figure, o come sistema di riferimento, divenne la disciplina che studia le proprietà dello spazio autonomamente dalle figure e che riconosce le proprietà geometriche di queste ultime come caratteri strutturali ereditati dallo spazio. E' comprensibile come uno spazio concepito come entità dotata di struttura propria, esistente indipendentemente dagli oggetti geometrici, dovesse apparire ai fisici del XIX secolo e soprattutto ai fautori della nascente filosofia positivista e neosensista un'entità metafisica inaccettabile. Non sembrerà perciò strano se non fu un matematico ma un fisico-fisiologo a dare il primo contributo a un altro decisivo rivolgimento. E' forse significativo rilevare che questo ulteriore sviluppo ebbe luogo in Germania verso la seconda metà del secolo, in un clima culturale di declino di quella polemica antihegeliana che era stata promossa da rinomati uomini di scienza contro il filosofo che aveva preteso di liquidare la metafisica razionalista assumendo *l'attività dello Spirito* come unico fondamento della realtà. Fu Hermann von Helmholtz, già celebre per la scoperta del principio di conservazione dell'energia e per importanti studi sulla fisiologia delle sensazioni, a indicare nell'articolo *Sui fatti che stanno a fondamento della geometria* (1868) come la struttura della geometria euclidea sia interamente contenuta nelle regole formali che descrivono, da un punto di vista soggettivo, le operazioni manuali di rototraslazione di oggetti fisici, indipendentemente dalla natura di questi. Il giovane Felix Klein seppe cogliere l'idea helmholtziana nella sua più ampia portata e nel programma di ricerca presentato nel 1872 all'Università di Erlangen illustrò come fosse possibile spostare la questione dei fondamenti della geometria dal terreno delle relazioni tra elementi di figure geometriche a quello delle trasformazioni di oggetti geometrici, avvalendosi a tal fine dell'apparato analitico e concettuale noto come teoria dei gruppi continui di trasformazioni, che era stato creato da Sophus Lie. Così la teoria delle trasformazioni geometriche - rotazioni, traslazioni, dilatazioni, proiezioni, trasformazioni conformi (che conservano gli angoli) e altre ancora che non possono essere descritte se non in termini algebrico-analitici - dopo essere state a lungo considerata come strumento ausiliario della geometria, fu posta come base ed essenza stessa della geometria.

Su questo nuovo territorio della ricerca matematica fu possibile distinguere, in modo naturale, le questioni che riguardano la struttura intrinseca dello spazio da quelle relative alle proprietà geometriche delle figure. Il capovolgimento del rapporto di priorità logica tra "proprietà di oggetti" e "proprietà di trasformazioni" ebbe questa importante conseguenza: *definendo le strutture delle varie geometrie mediante relazioni che descrivono in astratto le proprietà formali delle trasformazioni degli enti geometrici - più precisamente, partendo dalle equazioni che descrivono e relazioni di equivalenza agli effetti finali di sequenze operazionali diverse - si presentò in modo naturale il problema di ricercare la più ampia classe possibile di enti matematici ai quali possa applicarsi un insieme di trasformazioni dotate di proprietà formali definite in astratto, vale a dire in modo puramente algebrico*.

In effetti, sulla scorta di questo criterio furono scoperte famiglie di oggetti geometrici di tipo nuovo (Èlie Cartan, 1913), caratterizzati da proprietà non immaginabili visivamente e descrivibili solo algebricamente. Alcuni decenni più tardi i fisici avrebbero riconosciuto in tali esotici oggetti matematici le proprietà di certe particelle subatomiche (elettroni, protoni, neutrini, ecc.) caratterizzate da un singolare tipo di moto rotazionale permanente (spin semintero). Più recentemente, in seguito alla scoperta sperimentale di modi di trasformazione della materia inusuali, questa medesima strategia ha reso possibile la classificazione e la predizione di nuove particelle elementari.

Gli straordinari risultati conseguiti dai fisici nel XX secolo si spiegano anche considerando quali mutamenti profondi siano stati indotti nelle fondamenta epistemiche e metodologiche della fisica teorica dalla grande industria algebrico{analitica per la produzione di nuovi e più generali significati matematici edificata lungo la via aperta dal programma di Erlangen. Prima della rivoluzione kleiniana le nozioni e i concetti della fisica matematica, come quelli della geometria, potevano sembrare pure e semplici generalizzazioni e idealizzazioni di conoscenze derivate dall'esperienza pratica direttamente informata dalla percezione sensoriale. Fino alla fine del XIX secolo l'immaginazione teorica dei fisici fu prevalentemente basata sulla capacità di intuire visivamente i fatti naturali (A.I.Miller, 1984). Dato che le rappresentazioni fisico-matematiche erano intese come descrizioni formalizzate di ciò che ha unico fondamento nell'evidenza fenomenica, non erano immaginabili modelli fisici di generi diversi da quelli esibiti dall'ambiente naturale. Per giungere a concepire la teoria della relatività e la meccanica quantistica fu tuttavia necessario abbandonare quella ingenua visione, cominciando innanzi tutto col sovvertire i rapporti semantici tradizionali tra l'universo dei referenti fisici e quello dei simboli matematici.

Dopo quel radicale mutamento del pensiero matematico anche nella fisica fu aperta la via alla determinazione di nuove costituzioni di significato e alla costruzione di modelli matematici astratti, totalmente irriducibili al genere delle rappresentazioni fenomenologiche del mondo visibile. Parallelamente a ciò, anche le istanze epistemiche generali del pensiero fisico subirono trasformazioni profonde; cosicché, ad esempio, le nozioni oggettivistiche e metafisiche forti, come le *Verità*, le *Leggi della Natura* e i *Principi della Scienza*, nel volgere di pochi decenni furono abbandonate e rimpiazzate da nozioni più deboli, soggettivistiche e pragmatistiche, come i *modelli matematici*, le *equazioni che stabiliscono il comportamento dei modelli*, e le *assunzioni scientifiche*, che oggi fioriscono copiosamente ovunque sul diramato albero della scienza.

4. Lo spazio nella matematica del '900

La rivoluzione kleiniana informò tutto il successivo sviluppo innovativo del concetto matematico di spazio. In Francia il programma fu seguito con successo da Henri Poincaré e più tardi da Cartan. La nozione di *proprietà invariante rispetto a un insieme di trasformazioni invertibili* (*gruppo*), che era stata intuita per la prima volta da Lazare Carnot, fu riconosciuta come il più potente criterio di classificazione delle strutture matematiche. Poincaré (1895), introducendo il concetto di *invarianza rispetto a trasformazioni continue*, definì il livello di astrazione *topologico*, che apparve subito il presupposto matematico di ogni possibile nozione di spazio. Un cubo e una sfera, benché morfologicamente assai diversi, sono topologicamente uguali; tuttavia entrambi sono topologicamente diversi da una ciambella o una chiave, mentre ciambella e chiave sono topologicamente uguali tra loro. In tempi più recenti, tra il livello topologico e quello metrico è stato intercalato quello dell'invarianza per trasformazioni differenziabili (o per *diffeomorfismi*). Diffeomorfiche sono, ad esempio, le deformazioni di un oggetto di gomma (non diffeomorfiche sono quelle che producono spigoli o punte).

Una generalizzazione geometrico-proiettiva del concetto di trasformazione diffeomorfica è fornita dalla teoria delle applicazioni differenziabili. Lo studio delle singolarità che si formano quando una superficie liscia n-dimensionale è proiettata su un'altra di uguale o minore dimensione, ha reso possibile una classificazione generale della struttura qualitativa dei *fenomeni critici* - nota come teoria delle catastrofi. Le proprietà caratteristiche dei punti critici restano qualitativamente invariate quando l'oggetto proiettato e quello che riceve la proiezione subiscono piccole deformazioni. Si parla allora di *stabilità strutturale* dei fenomeni critici.

Seguendo un'altra via, che inglobava i risultati di Tullio Levi-Civita sul calcolo differenziale assoluto e la nozione di *trasporto parallelo* in spazi curvi (1917), E.Cartan riuscì non solo ad applicare il programma kleiniano agli spazi riemanniani ma anche a generalizzare la concezione dello stesso Riemann (1922) con l'introduzione della nozione degli spazi dotati proprietà variabili da punto a punto secondo una legge di *connessione locale* (*metrica, affine, proiettiva, conforme ecc*.).

Nella concezione di Riemann, uno spazio n-dimensionale dotato di curvatura variabile da punto a punto può essere rappresentato da una collezione infinita di piani n-dimensionali tangenti collegati tra loro da una legge che stabilisce come si trasforma un segmentino, che funge da oggetto di prova, durante il trasporto da un piano tangente a uno vicino senza che durante il piccolo tragitto da un piano a uno vicino il segmentino subisca la minima rotazione e una modificazione di lunghezza (*trasporto parallelo*). Per questa ragione lo spazio riemanniano è definito a *connessione metrica*. È noto che mentre negli spazi piatti, come l'ordinario spazio euclideo a tre dimensioni, il trasporto parallelo dell'oggetto di prova lungo un cammino che ritorna al punto di partenza riporta l'oggetto nella stessa configurazione iniziale, in uno spazio curvo, invece, l'oggetto che ritorna al punto di partenza ha la stessa lunghezza iniziale ma la sua direzione è, in generale, ruotata di un certo angolo rispetto a quella iniziale.

L'idea di Cartan fu di rimpiazzare la connessione metrica con altre, caratteristiche di geometrie più generali, come le trasformazioni *affini*, che trasformano ad esempio un cubo in un parallelepipedo inclinato, le trasformazioni *proiettive*, che trasformano ad esempio una figura piana in una sua immagine prospettica, o quelle *conformi* che deformano le figure geometriche *n*-dimensionali lasciando inalterati gli angoli nei punti d'incontro delle linee. Come nel caso della connessione metrica degli spazi di Riemann, le proprietà locali dello spazio sono quelle degli spazi a curvatura di *connessione nulla*, cioè gli spazi nei quali gli oggetti che sono trasportati parallelamente a sé stessi lungo un cammino chiuso ritornano alla configurazione iniziale.

Generalizzando ancor più in senso kleiniano questa visione, Cartan estese la teoria della connessione anche ai casi in cui la nozione di spazio tangente è rimpiazzate da quella di uno spazio locale (*fibra*) nel quale opera un gruppo continuo di trasformazioni che trasformano la struttura interna degli oggetti locali. In questi spazi fibrati, gli oggetti trasportati parallelamente lungo un cammino di chiuso, subiscono, in generale, una trasformazione interna. Su questa base fu unificato l'intero edificio della geometria algebrica.

La strategia costruttiva di questo nuovo grande capitolo della matematica è basata, in definitiva, sulla definizione di trasformazioni locali operanti simultaneamente, e in modi arbitrariamente diversi, su distribuzioni infinite di oggetti locali, del tipo di quelle che i fisici chiamano *campi*. La fisica teorica (C.N.Yang e R.L.Mills, 1954), nell'intento di descrivere forze di nuovo tipo, che in tempi più recenti sono state effettivamente trovate in natura (C.Rubbia e coll., 1985), è giunta per altra via alle medesime strutture.

5. La decentrazione proiettiva della soggettività

Un importante aspetto della costruzione del concetto di spazio, che ci aiuterà a comprendere alcune profonde implicazioni del punto di vista di Helmholtz e Klein, è stato colto assai bene da Jean Piaget (1950). Si tratta di quel processo di formazione psichica, tipico dell'età evolutiva, che Piaget indicò col termine di "decentrazione". Esso riguarda il fatto che, parallelamente all'apprendimento di abilità motorie e operatorie, i soggetti umani imparano anche a "proiettare" le loro potenzialità operazionali al di fuori di sé, riferendole agli oggetti del mondo circostante, al punto di vedere gli oggetti stessi come potenziali soggetti di azioni. In modo più espressivo, sebbene un po' altisonante, potremmo parlare di *decentrazione proiettiva delle potenzialità operazionali soggettive*. Questo processo, che durante lo sviluppo psichico infantile alimenta visioni animistiche, si raffina e diventa pù complesso attraverso stadi successivi fino a generare il senso dell'oggettività e della relatività dei rapporti tra il soggetto e gli oggetti del mondo circostante.

La decentrazione proiettiva consegue in modo essenziale all'esperienza della *reciprocità* operazionale tra soggetto e oggetto; vale a dire dall'apparente equivalenza - fatta astrazione dai rapporti con l'ambiente - delle trasformazioni attivamente effettuate dal soggetto sull'oggetto con le corrispondenti trasformazioni passive inverse, ottenute per modificazione del rapporto soggetto-ambiente. Trasformazioni geometriche rispettivamente attive e passive sono ad esempio: (*a*) uno spostamento in avanti di un oggetto eseguito da un soggetto che mantiene fissa la propria posizione rispetto all'ambiente; (*b*) lo spostamento in direzione opposta del soggetto rispetto all'ambiente mentre la posizione dell'oggetto rimane fissa rispetto all'ambiente.

L'attività motrice applicata ad un oggetto produce mutamenti di percezione dell'oggetto che sono reversibili fintanto che l'oggetto non è distrutto. I medesimi mutamenti di percezione dell'oggetto possono avvenire altrettanto reversibilmente se io stesso, soggetto, subisco azioni esterne o svolgo attività motorie che cambiano la mia posizione rispetto all'oggetto. Così, se faccio astrazione dalla mia collocazione nell'ambiente, una certa azione da me effettuata sull'oggetto, che modifica il rapporto tra l’oggetto e l’ambiente, equivale ad un'altra, da me subita, che modifica il rapporto tra me e l'ambiente. Pertanto, io soggetto appaio a me stesso equivalente ad un oggetto e, reciprocamente, l'oggetto appare equivalente a me soggetto. Le equivalenze fenomeniche, cioè agli effetti della percezione, tra l'insieme delle trasformazioni attive e passive esperite nel corso dell'età evolutiva istituiscono progressivamente rapporti di simmetria e di equivalenza di significato tra il soggetto da un lato e gli oggetti dell'ambiente circostante dall'altro.

Un importante esempio di decentrazione proiettiva di tipo non geometrico, che interviene in modo essenziale nella formazione del senso della *causalità*, è quello che riguarda la formazione della nozione di forza. Jean Le Rond D'Alembert nel redigere il testo della voce (*forza*) *acceleratrice* dell'Éncyclopédie (1751-1772) osservò acutamente che questa nozione sembra rivestire un significato metafisico. Presumibilmente l'osservazione è riferibile ad alcune implicazioni della terza legge della dinamica, la quale stabilisce che *ogni forza è controbilanciata da un'altra uguale e opposta* e al fatto che nei fondamenti della statica le forze sono trattate prescindendo completamente dall'esistenza delle opposte. Che senso può avere il concepire le forze prescindendo dalle opposte se poi si deve assumere che nessuna forza esista indipendentemente da un'opposta? Eppure, al fine di una corretta trattazione della meccanica, sembra inevitabile che tale separazione sia effettuata.

Per capire dove sta il trucco di questo apparente paradosso dobbiamo innanzi tutto scoprire che cosa implichi il fatto che nello studio dei sistemi di forze in equilibrio noi privilegiamo in certi casi forze che hanno certi versi e in certi altri le forze opposte. Cosa si cela in questi procedimenti pur così naturali? Una risposta potrebbe essere che il verso giusto è quello che proviene dal *soggetto* che compie l'azione. Infatti, non abbiamo alcuna difficoltà a stabilire qual è il soggetto della forza applicata nel caso di un manovale che spinge un carriola o di un cavallo che tira una carro; ma cosa si può dire nel caso di due uomini che si spingono a vicenda o di due sassi che si urtano? Dove sta qui il soggetto e dove l'oggetto? Nel primo caso la scelta del verso fa riferimento, in modo più o meno chiaro, al carattere intenzionale dell'azione promossa dal soggetto (ammettendo che anche un cavallo possa avere intenzioni). Nei casi successivi un simile riferimento o non è univoco o viene del tutto a mancare. Ci accorgiamo così che quando, ad esempio, affermiamo che un corpo A applica una forza a un corpo B, attribuiamo implicitamente un ruolo soggettivo-attivo quasi antropomorfico ad A, come se A avesse la facoltà di compiere azioni intenzionali, e uno oggettivo-passivo a B. Ma è evidente che tutto ciò è fittizio: questi ruoli possono scambiarsi e, assieme ad essi, i versi delle forze. Ovviamente, non possiamo accreditare alcuna intenzionalità a una tegola che cada su una testa, né ritenere che ciò che determina il verso della forza che spinge la carriola sia l'intenzione del manovale. In altri termini, l'attribuzione di un ruolo soggettivo alle cose non significa che tutto ciò che agisce sia fornito d’intenzionalità e coscienza. Non possiamo tuttavia ritenere irrilevante il fatto che, nel privilegiare il verso di una forza, facciamo qualcosa che equivale a stabilire che da una parte sta un "soggetto" e dall'altra un “oggetto”.

Considerando la questione da un punto di vista più generale, possiamo renderci conto che questo principio di reciprocità, questa distinguibilità e intercambiabilità tra ruoli soggettivi e oggettivi, è una caratteristica generale del nostro modo di comprendere il mondo come *sistema di parti causalmente interagenti*. Essa significa non solo che noi stessi, noi soggetti, esistiamo anche nella dimensione duale dell'oggettività, ma che, più generalmente, ogni entità naturale, ogni frammento di materia più o meno complesso e organizzato, si pone in relazione duale complementare col mondo esterno ad esso: nella dimensione della soggettività non meno che in quella dell'oggettività. Senza questo procedimento di decentrazione della potenza operatrice umana, non solo verso gli altri esseri viventi ma anche verso il mondo degli oggetti inanimati, senza questa *oggettivazione della soggettività* non sarebbe possibile "vedere" umanamente il mondo e ancor meno costruirne teorie matematiche.

6. I soggetti ideali della fisica teorica

Nella fisica la nozione di spazio si applica con significati assai disparati in svariate situazioni. Accade raramente che il termine sia usato per indicare il comune spazio euclideo tridimensionale. Più frequentemente si parla di spazio-tempo relativistico o di spazi multidimensionali degli stati fisici (spazio delle configurazioni, spazio delle fasi ecc.). Cosa resta dell'idea originaria in queste nozioni tanto disparate? Quali sono le loro comuni proprietà? Per rispondere a queste domande dovremo soffermarci su una imbarazzante questione epistemologica, che riguarda la costruzione delle teorie fisiche.

Nell'ideale epistemico tradizionale, e specialmente in quello positivista e neopositivista, il soggetto della conoscenza scientifica è l'*osservatore*, ovvero l'essere umano (in senso più o meno astratto) in quanto capace di percepire gli eventi del mondo esterno e organizzarne mentalmente le possibili relazioni. Rispetto a tale contemplatore, manualmente passivo e attivo solo mentalmente, lo spazio privato di tutte le cose - cioè di tutte le cause che producono i fenomeni - equivale semplicemente al puro nulla.

Si potrà tuttavia rilevare che gli osservatori invocati dalle argomentazioni teoriche, ad esempio nella teoria einsteiniana della relatività, dotati di capacità d'osservazione spazio-temporale illimitate e infinitamente precise sono, senza possibilità di equivoci, soggetti puramente ideali. In quale modo sarebbe dunque lecito chiamare in causa questi personaggi inesistenti e metterli al posto degli osservatori reali? Non sembra questa un'operazione tutto sommato poco scientifica, e persino errata e mistificatoria? Se tali pretesi testimoni dei fatti fisici non sono altro che falsi idoli, per quale strana ragione il linguaggio scientifico non se n'è ancora liberato?

Certo è che se si fossero esclusi dalla fisica come non probanti tutte quelle sottili speculazioni dell'immaginazione che vanno sotto il nome di *esperienze ideali*, che si presumono cioè effettuate da osservatori ideali, la fisica teorica non si sarebbe potuta costruire, e sarebbe pertanto rimasta inaccessibile una grandissima parte del patrimonio di conoscenze scientifiche che oggi l'umanità possiede. Fu Albert Einstein a mettere in evidenza che la maggior parte degli esperimenti presi in considerazione dalla fisica teorica sono in realtà soltanto pensati; le osservazioni reali, per quanto essenziali a ogni effettivo progresso della conoscenza fisica, sono solo un frammento assai povero e impreciso di ciò che nel contesto della produzione teorica appare necessario assumere come osservabile.

Simili personaggi ideali non sono solo invocati a testimoniare l'attendibilità degli argomenti che stanno alla base della teoria della relatività, ma sono investiti di un ruolo assai più fondamentale nella costruzione della teoria quantistica. In questo secondo contesto l'esistenza dell'osservatore appare ancora più essenziale, poiché si insegna che ogni emergenza fenomenica dell'esistenza fisica è la conseguenza di un processo di misura od osservazione, e le misure o le osservazioni sono fatti che alterano irrimediabilmente, in modi nemmeno idealmente eludibili, lo stato del sistema osservato.

Si potrà comunque rilevare che gli osservatori e le osservazioni ideali, di cui si sono avvalse le argomentazioni teoriche in varie epoche, hanno seguito abbastanza spesso il destino delle teorie in loro nome istituite. Così, ad esempio, gli osservatori ideali della fisica classica - tra i quali è d'obbligo ricordare il celebre "demone di Laplace" - capaci com'erano di misurare con infinita precisione posizioni e velocità dei punti materiali di un sistema, così da poterne inferire esattamente passato e futuro, sono totalmente scomparsi dalla fisica teorica moderna (sebbene i loro fantasmi si aggirino ancora nella testa di rari nostalgici del meccanicismo deterministico). Allo stesso modo è stato seppellito il "demone di Maxwell", che poteva violare il secondo principio della termodinamica osservando le molecole di un gas senza spendere un epsilon di energia. Ma la loro stirpe è ben lungi dall'essersi estinta nell'universo teorico della scienza; al posto dei vecchi ne sono stati creati altri. Sebbene incapaci di prevedere esattamente il futuro e di violare il secondo principio della termodinamica, i nuovi soggetti ideali sono attivissimi in ogni posto dell'universo: a misurare campi gravitazionali intergalattici e temperature intrastellari, a precipitare nei buchi neri, a compiere anch'essi un'infinità di misure infinitamente precise. Può darsi che anche questi nuovi soggetti ideali debbano scomparire, ma certamente in favore di entità più evolute. In effetti, senza personaggi di questo genere non avrebbe alcun senso parlare di tutto ciò che nell'universo non è concretamente e materialmente accessibile ai mezzi di osservazione e trasformazione attualmente disponibili all'umanità.

Obbiettare che gli uomini in carne e ossa sono assai diversi dagli osservatori ideali della teoresi positivista è importante, ma in un senso totalmente diverso da quello che porta a negare il valore epistemico delle osservazioni ideali e soprattutto per una ragione diversa, che fu lucidamente argomentata da Federigo Enriquez (1906) in risposta al fenomenismo puro di Ernst Mach (1983): precisamente perché gli uomini raggiungono la conoscenza delle cose non solo osservandole ma anche, e in modo essenziale, *agendo volontariamente su esse*, modificandone i rapporti con l'ambiente e trasformandone gli stati. Anzi le osservazioni scientifiche che aggiungono nuova conoscenza sono proprio quelle che recano l'impronta del libero arbitrio; infatti una ricerca sperimentale, per quanto precisa e programmata nei più minuti dettagli, può guadagnare informazione solo quando viene a ridurre un'incertezza aprioristica, ad esempio quando il sistema osservato è posto in condizioni iniziali affette da margini di arbitrarietà.

Giungiamo così a questa importante considerazione: *se le affermazioni riguardanti le proprietà di un sistema fisico, e specialmente quelle che si usano nell'edificazione concettuale delle teorie fisiche, hanno un senso preciso solo in rapporto a un soggetto ideale della conoscenza, allora bisogna attribuire a questo soggetto, assieme ad un infinito repertorio di capacità osservazionali, anche un repertorio infinito di capacità operazionali*. Bisogna rilevare che si tratta di capacità operazionali che superano notevolmente quelle che si riferiscono semplicemente al campo dell'umanamente praticabile, quali sono contemplate, ad esempio, dall'operazionalismo empirico di Percy Williams Bridgmann (1927). Del resto, il successo del programma kleiniano, che tante conseguenze ebbe anche nella fisica teorica, si deve proprio al fatto che la struttura matematica di uno spazio fisico è essenzialmente definita dalle varie relazioni formali che rendono equivalenti tra loro svariate sequenze di operazioni reversibili effettuabili da un operatore-osservatore ideale. Per esprimere lo stesso concetto in termini matematici, dobbiamo affermare che ogni spazio della fisica è essenzialmente definito dalla struttura algebrica di un *gruppo di trasformazioni*.

Le comuni nozioni pratiche di operare e trasformare hanno, infatti, nel concetto matematico di gruppo il loro perfezionamento ideale. Nella matematica moderna le strutture di semigruppo e gruppo sono ubiquitarie e rivestono assai spesso ruoli primari. Un insieme di operazioni ottenute applicando sequenzialmente in modo associativo e in tutti i modi possibili certe operazioni elementari di base formano un semigruppo; se tali operazioni sono inoltre invertibili il semigruppo si caratterizza ulteriormente come gruppo. Le operazioni di un semigruppo sono atte a rappresentare le azioni irreversibili che un soggetto ideale della conoscenza può compiere su un sistema esterno, quelle di un gruppo le trasformazioni reversibili. Il fatto che le proprietà strutturali di uno spazio - questo vale per tutti gli spazi della fisica teorica - riflettano la struttura formale di gruppo (e non di un semigruppo) significa sostanzialmente che tale spazio è *la proiezione oggettivata di una potenza operatrice ideale capace di effettuare operazioni perfettamente reversibili*. Qui l'*a priori della sensibilità* kantiano, come pure l'*a priori dell'intelletto* nel senso neokantiano di Poincaré, risultano, assai più concretamente, idealizzazioni a posteriori dell'esperienza operazionale.

L'esatta reversibilità dell'operare, come pure la possibilità di effettuare operazioni in infiniti modi, sono proprietà ideali, non esattamente riproducibili dagli esseri umani reali; in questo senso sono proprietà essenzialmente matematiche. Lo straordinario successo che l'idealizzazione matematica ha avuto e continua ad avere nella rappresentazione del mondo fisico ci permette di affermare che le proprietà oggettive delle cose, secondo i significati contemplati dalla fisica teorica, si attribuiscono agli esseri umani reali per lo più in modo presunto. Esse si danno compiutamente soltanto in rapporto a una soggettività matematica ideale dotata di infinite potenzialità di azione non meno che di percezione.

7. Le basi operazionali della fisica classica

Nella meccanica newtoniana lo stato di un sistema fisico costituito da n particelle è rappresentato dalle coppie di vettori $(\vec{x}_i, \vec{v}_i)$; i =1, 2,…,n che descrivono rispettivamente le posizioni e le velocità delle particelle. In modo del tutto equivalente, esso può essere rappresentato dalle coppie di vettori $(\vec{x}_i, \vec{p}_i)$; dove $\vec{p}_i = m\vec{v}_i$ descrive la quantità di moto, o impulso, della particella i-esima di massa m_i. Le une o le altre coppie forniscono una rappresentazione completa dello stato del sistema, nel senso che ogni altra grandezza fisica può esprimersi in funzione di esse.

Nella fisica antica lo stato di un sistema è essenzialmente concepito come qualcosa di equivalente alla sua configurazione geometrica, cioè indicando semplicemente le posizioni di tutte le particelle che lo costituiscono. La fisica moderna introduce dunque questa novità: *i corpi che popolano lo spazio sono anche dotati di atti di moto inerziale puntati in varie direzioni*. In corrispondenza ad una stessa configurazione iniziale si ha una moltitudine di possibili evoluzioni temporali. La potenza operatrice del soggetto ideale, che nella visuale statica della scienza antica era limitata alla capacità di spostare arbitrariamente i corpi nello spazio, viene ora completata dalla capacità di imprimere impulsi che alterano arbitrariamente gli atti di moto inerziale di tutte le parti di un sistema.

Componendo la dimensione temporale con le tre dimensioni del riferimento cartesiano si ottiene lo spazio-tempo, vale a dire lo spazio cinematico quadridimensionale i cui punti rappresentano i possibili eventi fisici e le linee le possibili *storie* di una particella. La struttura spazio-temporale della fisica newtoniana è matematicamente caratterizzata dall'importante proprietà espressa dal principio di relatività galileiano (1632): *le descrizioni spazio-temporali delle leggi fisiche devono essere le stesse in ogni sistema di riferimento inerziale*. Precisamente, esse devono essere invarianti non solo rispetto alle rototraslazioni del riferimento spaziale e alle traslazioni dello spazio-tempo lungo l'asse temporale ma anche rispetto a trasformazioni che producono variazioni costanti di velocità traslazionale del sistema. Trasformazioni di questo genere possono effettuarsi sia *attivamente*, applicando temporaneamente al sistema un opportuno sistema di forze; sia *passivamente*, modificando il sistema di riferimento spazio-temporale. Il principio di reciprocità, connesso con l'invertibilità dei ruoli tra soggetto e oggetto, risulta valido anche in questo caso: fatta astrazione dall'ambiente, ogni trasformazione passiva del sistema, ottenuta variando lo stato configurazionale e inerziale dell'osservatore, è equivalente a una trasformazione attiva inversa, ottenibile modificando lo stato configurazionale e inerziale del sistema osservato mediante azioni esercitate dall'esterno.

Ma la struttura profonda della fisica newtoniana è messa in evidenza rappresentando il sistema in uno spazio più generale di quello cinematico. Ciò si ottiene interpretando le n coppie vettoriali $(\vec{x}_i, \vec{p}_i)$, invece che come posizioni e impulsi di n particelle poste nello spazio tridimensionale, come coordinate di un singolo punto di uno spazio 6n-dimensionale (spazio delle fasi). Se si assume questa visuale diventa opportuno abbandonare l'annotazione vettoriale e rappresentare lo stato del sistema con 3n coppie di variabili (q_i, p_i); i =1;…, 3n , dove ora, con maggiore generalità, le coordinate lagrangiane o variabili configurazionali q_i descrivono i gradi di libertà del sistema (ad esempio angoli di rotazione attorno a un asse, coordinate curvilinee, distanze da un punto ecc.).

In corrispondenza a ogni valore dell'indice i, la variabile p_i rappresenta il momento coniugato a q_i, cioè il contributo all'inerzia del sistema strettamente correlato alla variabilità temporale di q_i.

Lo spazio delle fasi rappresenta dunque la totalità degli stati possibili del sistema. E' opportuno notare che questo insieme infinito di possibilità non può essere considerato come l'insieme degli stati attraversati dal sistema, supposto isolato dall'ambiente esterno, nel corso di una sua infinita evoluzione temporale. Ciò risulta evidente se si considera che: 1) un sistema isolato non può transitare spontaneamente tra stati con energie diverse; 2) a energie diverse corrispondono regioni spaziali diverse. Lo spazio delle fasi, in quanto moltitudine infinita di stati possibili, rappresenta piuttosto la possibilità che il sistema ha di subire un'infinita varietà di trasformazioni attive.

Un importante risultato della meccanica analitica stabilisce che la classe delle trasformazioni fisicamente ammissibili non è quella delle trasformazioni che producono arbitrarie variazioni delle variabili q_i e p_i ma di quelle che possiedono una struttura particolare, detta *simplettica*, che caratterizza matematicamente lo spazio delle fasi come spazio simplettico. Come per ogni altro genere di spazio, anche le proprietà dello spazio simplettico possono definirsi in termini di invarianza di certe grandezze geometriche rispetto a certe trasformazioni di coordinate: precisamente, deve rimanere invariata la somma delle proiezioni di un qualsiasi elemento di superficie bidimensionale, comunque posto entro lo spazio, sui piani bidimensionali delle coppie di variabili coniugate (q_i, p_i). Si dimostra che se questa condizione è soddisfatta anche la misura d'ogni elemento di volume $6n$-dimensionale è invariante (teorema di Liouville). In ottemperanza al principio di reciprocità, questa proprietà invariantiva deve valere anche per le trasformazioni passive, cioè le trasformazioni di coordinate dello spazio delle fasi che forniscono una rappresentazione diversa ma equivalente dello stesso sistema.

Dunque, analogamente allo spazio geometrico euclideo, anche lo spazio simplettico di un sistema fisico classico è la rappresentazione di una potenza operatrice ideale, sebbene nel quadro epistemico della fisica classica risulti alquanto misteriosa.

In relazione a quanto si dirà nel prossimo paragrafo, è opportuno rilevare che, assumendo le variabili q_i e p_i misurabili (od osservabili) ad ogni istante con infinita precisione, si implica che nella rappresentazione della fisica classica sussiste una corrispondenza biunivoca, che viene a mancare nell'ambito della fisica quantistica, tra due determinazioni concettuali univoche e indipendenti di ogni sistema fisico: da un lato lo *stato*, ossia la determinazione del sistema fisico come entità attivamente e passivamente trasformabile, e dall'altro il suo *aspetto fenomenico*, ossia la sua determinazione come entità osservabile e misurabile; e corrispondentemente, da un punto di vista soggettivo, da un lato la struttura formale della potenza operatrice applicabile al sistema e dall'altro la capacità di osservazione ideale a essa associata. Nella perfetta corrispondenza tra i termini di questo dualismo, nell'equivalenza agli effetti pratici di queste due determinazioni, si può scorgere la ragione profonda di quell'ambiguità tra il realismo pratico e l'idealismo fenomenico in cui si trovò ad oscillare riduzionisticamente il pensiero moderno classico.

8. Le basi operazionali della meccanica quantistica

Purtroppo, nel bel quadro concettuale appena descritto, le leggi della fisica classica, a causa del loro perfetto determinismo, vengono a generare una contraddizione insanabile. Se assumiamo che l'universo in cui noi stessi viviamo evolva secondo un corso di eventi unico e univocamente determinato, non possiamo evitare di fare i conti con le conseguenze di un sottile argomento logico tramandatoci dall'antica filosofia megarica, che porta a negare l'una o l'altra delle seguenti alternative: o l'esistenza di esseri pensanti funzionanti in modo conforme alle leggi della fisica oppure la validità del determinismo. Se il mondo fosse governato da leggi deterministiche si dovrebbe ammettere che è privo di senso ritenere *possibili* stati fisici diversi da quelli che l'universo si troverà a occupare prima o poi nel futuro. Semmai, essi potrebbero definirsi possibili solo come *possibilità del pensiero*, cioè quali puri prodotti mentali di soggetti dotati di libero arbitrio. Ma come sarebbero possibili i "liberi pensieri" se gli stessi esseri pensanti soggiacessero a leggi fisiche deterministiche? In altri termini, attribuendo allo spazio degli stati fisici il significato di un insieme di possibilità ideali è giocoforza giungere alle stesse conclusioni di Leibniz (1686), cioè attribuire all'attività mentale un'essenza extranaturale.

La meccanica quantistica, sostituendo al paradigma determinista uno probabilista, sembra offrire una soluzione a questo paradosso in virtù del fatto che in questo più evoluto ambito interpretativo la perfetta corrispondenza tra stati e fenomeni risulta completamente dissolta e al suo posto prende forma un dualismo di nuovo tipo. La teoria quantistica definisce gli stati di un sistema non in termini equivalenti a una descrizione dei suoi aspetti fenomenici ma, come è stato lucidamente argomentato da Hans Reichenbach (1944), attribuendo ai sistemi fisici *modi di esistenza interfenomenica addizionabili, sovrapponibili, capaci di interferire ondulatoriamente*; o, equivalentemente, non mediante variabili che rappresentano ciò che è veramente osservato e misurato, ma mediante *raggi vettori* astratti dotati di significato probabilistico-ondulatorio, componibili linearmente e roteanti attorno all'origine di uno spazio hilbertiano. La radicale diversità tra la concezione classica e quella quantistica può essere apprezzata soprattutto in relazione alla categoria del "possibile"; precisamente nella sostituzione delle "possibilità" reciprocamente esclusive, coesistenti soltanto nel mondo del pensiero, tipiche della logica classica, con le "possibilità" o "virtualità" logico-quantistiche, le quali sono invece determinate come modi simultaneamente interferenti, sebbene non reali in senso fenomenico, dell'esistenza fisica. Investendo direttamente le categorie portanti del pensiero filosofico, possiamo anche indicare questa diversità nella sostituzione dell'opposizione metafisica *reale-ideale* con l'opposizione immanentista *reale-virtuale*.

In corrispondenza di questi mutamenti nella rappresentazione degli stati e nel significato delle categorie logiche e ontologiche, la teoria quantistica attribuisce un carattere operazionale a ogni grandezza osservabile o comunque misurabile. Precisamente, a ogni qualità passiva, puramente osservazionale, di un sistema fisico o di una sua parte viene a corrispondere una funziona attiva complementare puramente operazionale. Le variabili reali q_i, p_i, che nella meccanica classica rappresentano direttamente lo stato del sistema, nella meccanica quantistica vengono sostituite da corrispondenti coppie $\mathbf{q}_i$, $\mathbf{p}_i$ di *operatori algebrici*, che fungono da generatori di operazioni atte a trasformare gli stati del sistema. Gli stati dei sistemi quantistici possono allora essere definiti come "onde di probabilità", entità invisibili dotate di esistenza interfenomenica, che sono descritte come *funzioni d'onda* complesse nello spazio $3n$-dimensionale costituito dalle sole variabili q_i (spazio delle configurazioni). Le intensità di tale onde (misurate dal quadrato del valore assoluto delle funzioni che le rappresentano) sono interpretate come *densità di probabilità*. Il fatto che più onde di probabilità, generalmente un numero infinito, possano sovrapporsi, interferire distruttivamente e costruttivamente, formando *pacchetti d'onde* variamente localizzati nello spazio delle configurazioni, si traduce matematicamente nella rappresentazione di queste componenti ondulatorie come componenti di vettori di uno spazio hilbertiano.

Un aspetto importante di questa struttura formale della meccanica quantistica, che non ha l'analogo nella meccanica classica, è che gli operatori rappresentano nello stesso tempo grandezze osservabili e operazioni fisiche capaci di modificare altre grandezze del sistema. Questo loro carattere duale racchiude un significato che è anche espresso dalla proposizione: *l'osservazione di una grandezza fisica limita inevitabilmente l'osservabilità di altre grandezze*.

Così, limitandoci per semplicità al caso di un sistema unidimensionale, l'operatore **p** rappresenta sia la possibilità di osservare l'impulso di una particella libera di muoversi su un asse sia il generatore della traslazione che varia la coordinata di posizione q. Viceversa, l'operatore **q** rappresenta sia la possibilità di trovare la particella in questo o quel punto dell'asse sia il generatore della trasformazione dell'impulso, in altre parole un'operazione che cambia il valore p della quantità di moto della particella. L'indeterminazione quantistica che vincola tra loro le precisioni con cui possono essere simultaneamente misurate la posizione e l'impulso di una particella nasce proprio da tale duplice natura osservazionale-operazionale delle entità algebriche che rappresentano le grandezze fisiche q e p: ogni misura di posizione agisce perturbando inevitabilmente e imprevedibilmente la quantità di moto; viceversa ogni misura di quantità di moto spiazza in modo imprevedibile la posizione della particella. Tentando di misurare le due grandezze simultaneamente si ottengono dei valori affetti da errori che si sbilanciano da una parte o dall'altra. Indicando con Δq e Δp gli errori dai quali sono affette le misure simultanee di posizione e quantità di moto, vale comunque la disuguaglianza espressa dalle relazioni di indeterminazione di Werner Heisenberg (1924): $\Delta q\ \Delta p \geq h/4\pi$; dove $h = 6{,}547 \times 10^{-27}$ erg·sec, la costante di Planck, ha le dimensioni di una minuscola area del piano x, p.

Secondo la visuale fisico-classica questa disequazione, valida per ogni coppia di operatori coniugati ($\mathbf{q}_i$, $\mathbf{p}_i$), potrebbe interpretarsi come relazione di invarianza di certe areole di minima estensione di lati Δq_i e Δp_i. Poichè ogni area macroscopica definita sul piano avente come assi le variabili classiche qi, pi può immaginarsi approssimativamente decomposta in una moltitudine di faccette di area h, facendo tendere h a zero si ottiene come proprietà residua proprio l'invarianza simplettica caratteristica dello spazio delle fasi classico.

La complementarità tra variabili coniugate tipica dei sistemi quantistici, che in prima istanza si presenta semplicemente come impossibilità di osservare o determinare simultaneamente i valori precisi di grandezze fisiche coniugate, appare a una più profonda analisi anche una manifestazione del dualismo tra l'aspetto fenomenico e il carattere operazionale di ogni fatto fisico. Anzi, proprio partendo dal dualismo osservazionale-operazionale espresso dalle leggi di composizione e trasformazione degli stati dei sistemi quantistici, è possibile dedurre algebricamente, in modo naturale la suddivisione delle grandezze fisiche in coppie che, al limite classico $h \to 0$, diventano simpletticamente coniugate.

9. Il carattere infinitamente plurimo del soggetto ideale della conoscenza.

L'universo fisico della meccanica classica, inteso come totalità oggettiva infinita, simultaneamente osservabile e trasformabile con infinita precisione, poteva sensatamente porsi come tale solo in rapporto a una soggettività ideale dotata di onnipotenti e onniestensive capacità di osservazione e trasformazione; dunque come facoltà di un ente unico assoluto ed eterno i cui attributi venivano a collimare con quelli del Dio Onnipotente della teologia scolastica e razionalista.

La teoria della relatività einsteiniana sconvolse irrimediabilmente quella mistica possibilità di speculazione metafisica minacciando di giungere, per quella stessa via, all'inaccettabile istituzione di una teologia pluralista. La ragione di ciò sta nel fatto che lo spazio-tempo einsteiniano possiede una struttura tale da escludere l'esistenza di una soggettività osservatrice e governatrice assoluta del modo di conoscere e agire, cioè, una soggettività per la quale lo stato dell'universo sia globalmente osservabile e simultaneamente governabile secondo un piano unico e interamente coordinato - e richiede invece l'assunzione di un'infinita collezione di punti di vista e di azione indipendenti, dotati di tempi autonomi propri sfasabili l'uno rispetto all'altro come le età dei gemelli del celebre apparente paradosso relativistico. Se tutte le osservazioni e le operazioni realmente o idealmente eseguibili sono determinate solo rispetto a singoli sistemi locali - i quali non potrebbero nemmeno idealmente assumersi come "onnipotenti" - allora la soggettivazione ideale delle potenzialità di trasformazione reversibile dell'intero universo va inevitabilmente a costituire il senso di una soggettività infinitamente plurima. Tenendo conto di ciò che si è detto circa il dualismo osservazionale-operazionale quantistico, arriviamo ad affermare che l'esistenza di grandezze osservabili relativistiche ha senso solo se si assume che l'universo fisico sia subordinato alle potenze osservatrici e operatrici di un'infinità di soggetti ideali locali; soggetti che devono ritenersi macroscopicamente autonomi e indipendenti, sebbene correlati da leggi di corrispondenza relativistica. Da un punto di vista matematico simili potenze operazionali infinitamente plurime possono rappresentarsi mediante gruppi infiniti di trasformazioni operanti in spazi a connessione locale, come quelli rappresentati matematicamente da Cartan.

Ma se nell'universo dalla relatività einsteiniana non v'è posto per una teologia metafisica che permetta di considerare il mondo per se' determinato in rapporto ad una soggettività ideale unica e unitaria, che senso può avere un'infinita congerie di soggetti ideali? Se è ridicolo pensarli come divinità di un olimpo infinito, quale altro senso possono avere in relazione all'esistenza naturale reale?

10. Oggettività e soggettività come determinazioni complementari dell'esistenza naturale

Seguendo lo sviluppo storico del concetto matematico di spazio abbiamo potuto considerare come la determinazione della struttura dello spazio e quella dei caratteri geometrici degli oggetti in esso posti siano entrambe riconducibili in astratto alla struttura formale propria delle operazioni di trasformazione geometrica.

L'indagine psicologica rivela, infatti, che la formazione di capacità operazionali e la decentrazione proiettiva di queste stesse capacità è l'espediente mediante il quale l'uomo, attraverso varie fasi della sua formazione psichica, perviene a decodificare l'informazione sensoriale in modi tali da percepire il mondo macroscopico esterno quale spazio riempito di entità causalmente interagenti. Questo processo, basato in primo luogo sulla traduzione dei dati sensoriali in significati operazionali e quindi sul trasferimento proiettivo delle potenzialità operazionali proprie del soggetto in analoghe potenzialità degli oggetti esterni, costituisce non solo il presupposto del pensiero consapevole, ma anche il fondamento della cognizione scientifica dello spazio. Il mondo "fenomenico" obiettivo - il mondo del visibile e, più in generale, del percepibile - decodificato in significati operazionali, è restituito a una dimensione dell'oggettività nella quale i caratteri di ogni oggetto artificiale o naturale si presentano rivestiti di significati che sono, in realtà, propri delle potenzialità operatrici del soggetto. In questo quadro interpretativo, lo spazio percepito dal soggetto coincide con la rappresentazione interna del suo *libero arbitrio* operazionale. Attraverso l'astrazione e l'idealizzazione matematica questo procedimento è artificialmente portato fuori della sfera della percezione ed elaborato al punto che gli originari caratteri di "visibilità" e "intuibilità" degli enti, in relazione ai quali il concetto di spazio assume originariamente significato, risultano infine completamente abbandonati e soppiantati da costituzioni di senso astrattamente determinate, di origine puramente operazionale-formale.

Tuttavia il pensiero fisico-matematico, nel corso del suo sviluppo storico, ha saputo elevarsi assai oltre il livello cognitivo del rapporto con le cose direttamente accessibili alla mano umana, ed è giunto a concepire l'universo stesso come un infinito sistema di enti capaci di agire e subire, di oggetti-soggetti interagenti. Ciò è potuto avvenire essenzialmente attraverso la creazione di matematiche capaci di rappresentare, in astratto, potenzialità operazionali infinitamente più complesse e precise di quelle espresse dalla pratica umana.

Col progredire degli apparati operazionali simbolici della matematica è progredita anche la nozione scientifica di spazio e, assieme a questa, la capacità di immaginare nuove e più complesse forme dell'esistenza oggettiva e dell'agire causale.

Facendo propria questa assai più ampia e sviluppata semantica dei valori operazionali, la fisica ha saputo produrre tecniche di oggettivazione e spazializzazione di portata tale da consentirle di rivestire di significati matematici la totalità dei fenomeni naturali accessibili ai più potenti mezzi di indagine sperimentale. Ma per fare ciò ha dovuto immaginare di attribuire una molteplicità di funzioni osservazionali e operazionali a un'attività soggettiva ideale, così da implicare una duplice determinazione dell'esistenza naturale, una oggettiva e l'altra soggettiva, entrambe infinitamente plurime e potenti. Questo dualismo, che è presente in tutti gli stadi di sviluppo della fisica teorica, trova nel principio di complementarità quantistico la ragione naturale della sua irriducibilità ad una visione strettamente positivista.

Ma nell'ideale epistemico del pensiero positivista, che permea tanto profondamente anche la cultura dei fisici odierni, tutto ciò che riguarda il carattere attivo della conoscenza viene rimosso in nome di un ideale contemplativo che tende a ridurre l'esistenza del mondo alla semplice determinazione della sua obbiettiva osservabilità. Il soggetto ideale della conoscenza scientifica è qui immaginato porsi davanti alla natura come puro recettore di flussi di informazione, come puro osservatore passivo. Di conseguenza, il decentramento proiettivo della potenza operatrice è misconosciuto e il sapere di esso rimosso dal quadro epistemico. Invece della potenza operatrice ideale è decentrato l'ideale epistemico della passività. La viscerale avversione antimetafisica, tipica dell'atteggiamento positivista, rivela nel fondo la paura del rimosso.

La teoria quantistica, ponendo l'*osservabilità* e la *trasformabilità* come determinazioni complementari dell'esistenza fisica, e mettendo in evidenza l'incompatibilità logica di queste determinazioni come attributi simultanei di uno stesso referente, riesce a spiegare la profonda ragione della reciproca irriducibilità tra la dimensione oggettiva e quella soggettiva dell'esistenza. Essa ci insegna che l'osservabilità di un aspetto fisico non può essere disgiunta da una funzione operazionale complementare a essa associata; allo stesso modo, il processo di misura effettuato da un apparato di osservazione non può essere disgiunto dal suo effetto perturbatore sull'oggetto osservato. Più in generale, essa ci dice che nel considerare l'esistenza naturale come molteplicità infinita di cose osservabili e l'universo reale come storia di fenomeni, dobbiamo necessariamente assumere, in modo duale complementare, la determinazione di quelle stesse cose come potenze operatrici e il processo di evoluzione cosmica come attività produttrice di fatti. Viceversa, nel considerare il processo cosmogenetico come produzione di fatti dobbiamo, per complementarità, attribuire al cosmo stesso capacità osservazionali universali.

Nel quadro di una concezione scientifica più ampia di quella supportata dalle epistemologie tradizionali possiamo affermare quanto segue: l'universo fisico - che per la fisica teorica si dà a priori come potenzialmente osservabile in una molteplicità di aspetti reciprocamente esclusivi e simultaneamente incompatibili - si presenta a posteriori come oggettivamente dato all'esistenza fenomenica secondo una particolare storia di eventi reali “memorizzati” nella materia durante il processo di raffreddamento, aggregazione ed espansione cosmica. Questo processo di accumulazione dell’informazione cosmica, non può essere disgiunto dal versante operazionale dell’attività informazionale generatrice della complessità biologica, che ha idealmente il carattere dell’attività di una soggettività infinitamente plurima.

Padova 25 – 2 – 90. Ultima revisione 26 ottobre 2009.

Bibliografia

1. Arnold, V.I. - *Metodi matematici della meccanica classica*. Editori Riuniti, Roma (1979).
2. Arnold, V.I.,Varchenko, A., Goussein-Zadé, S. - *Singularités des applications différentiables*. Vol. I e II; Ed. MIR, Moscow (1986).
3. Bourbaki, N. - *Elementi di storia della matematica*. Ed.Feltrinelli, Milano (1963).
4. Boyer, C.B. (1976) *Storia della matematica*. ISEDI, Milano.

5. Bridgman, P.W. - *La logica della fisica moderna*. Ed. Einaudi, Torino (1952); *La critica operazionale della scienza*. Ed. Boringhieri, Torino (1969).
6. Carnot, L. - *De la corrélation des figures de Géométrie*. Paris (1801).
7. Cartan E. - *Oevres complètes*. Ed. Gauthier-Villars, Paris (1955).
8. Cartesio - *Il discorso sul metodo*. Ed. Riuniti, Roma (1968).
9. Einstein, A. - *Il significato della relatività*. Ed. Boringhieri, Torino (1976).
10. Enriquez, F.- *Problemi della scienza*. Ed. Zanichelli, Bologna (1906).
11. Galilei, G. - *Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo*. Ed. Einaudi, Torino (1982).
12. Heisenberg, W. - *Mutamenti nelle basi della scienza*. Ed. Boringhieri, Torino (1960).
13. Jammer, M. - *Storia del concetto di spazio*. Prefazione di Einstein. Ed. Feltrinelli, Milano (1979).
14. Klein, F. - *Le programme d'Erlangen*. Postfazione di P. F. Russo, Ed. Gauthier-Villard, Paris (1974).
15. Leibniz, G.W. - *Saggi filosofici e lettere*. Ed. Laterza, Bari (1963).
16. Mach, E. - *La meccanica nel suo sviluppo storico-critico*. Ed.Boringhieri, Torino (1977).
17. Miller, A.I. - *Imagery in Scientic Thought*. – The MIT Press, Cambridge, Massachusetts (1986).
18. von Neumann, J. - *Mathematical foundations of quantum mechanics*. Princeton University Press, New York (1949); *Continuous Geometry*. Princeton Univ. Press, Princeton (1960).
19. Piaget, J. - *L'épistemologie de la physique*. Vol. III; Ed. PUF, Paris (1950).
20. Poincaré, H. - *Opere epistemologiche*. Ed.Piovan, Abano (1989).
21. Reichenbach, H. - *I fondamenti filosofici della meccanica quantistica*. Ed.Boringhieri, Torino (1954).
22. Von Helmholtz, H. - *Opere*. Ed. Utet, Torino (1967)
23. Weyl, H. - *Space Time Matter*. Dover Pub. Inc., New York (1931); *Theory of Groups and Quantum Mechanics*. Dover Pub. Inc., New York (1950)
24. Yang C.N. & Mills, R.L. - *Physical Review*, 96, 191 (1954).